

großes Prisma:

$$\frac{1}{2} \cdot (2\text{ m} + 5\text{ m} + 2\text{ m}) \cdot (6\text{ m} + 4,8\text{ m}) \cdot 3\text{ m} = 145,8\text{ m}^3$$

ergänzt Prisma:  $\frac{1}{2} \cdot 5\text{ m} \cdot 6\text{ m} \cdot 3\text{ m} = 45\text{ m}^3$

Buchstabe:  $145,8\text{ m}^3 - 45\text{ m}^3 = 100,8\text{ m}^3$

**3 a)** zum Beispiel:

$$V = (6\text{ cm})^3 - 3(6\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}) + 2(3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}) = 108\text{ cm}^3$$

$$V = (6\text{ cm})^3 - 6(1,5\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}) - 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 108\text{ cm}^3$$

**b)**  $A_0 = 6 \cdot [(6\text{ cm})^2 - (3\text{ cm})^2] + 6 \cdot 4 \cdot 3\text{ cm} \cdot 1,5\text{ cm} = 270\text{ cm}^2$

**4 a)** 1. Möglichkeit (vom Quadrat die vier Dreiecke abziehen):

$$V = (3\text{ m} \cdot 3\text{ m} - 2\text{ m}^2) \cdot 20\text{ m} = 140\text{ m}^3$$

2. Möglichkeit (Unterteilung in zwei Trapeze und ein Rechteck):

$$V = \left(2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (3\text{ m} + 1\text{ m}) \cdot 1\text{ m} + 1\text{ m} \cdot 3\text{ m}\right) \cdot 20\text{ m} = 140\text{ m}^3$$

Das Volumen der Marmorsäule beträgt  $140\text{ m}^3$ .

**b)**  $M = 4 \cdot 1\text{ m} \cdot 20\text{ m} + 4 \cdot 1,4\text{ m} \cdot 20\text{ m} = 192\text{ m}^2$

Die Mantelfläche ist  $192\text{ m}^2$  groß.

**5 (1)** 1. Möglichkeit (Ergänzung):

$$V = (4,5\text{ cm} \cdot 4,5\text{ cm} - 1,5\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}) \cdot 9\text{ cm} = 141,75\text{ cm}^3$$

2. Möglichkeit (Zerlegung):

$$V = (2 \cdot 4,5\text{ cm} \cdot 1,5\text{ cm} + 1,5\text{ cm} \cdot 1,5\text{ cm}) \cdot 9\text{ cm} = 141,75\text{ cm}^3$$

(2) 1. Möglichkeit (Zerlegung):

$$V = \left(\frac{7\text{ m} \cdot 1,5\text{ m}}{2} + 7\text{ m} \cdot 4,5\text{ m}\right) \cdot 18\text{ m} = 661,5\text{ m}^3$$

2. Möglichkeit (Ergänzung):

$$V = 18\text{ m} \cdot \left(6\text{ m} \cdot 7\text{ m} - \frac{1}{2} \cdot 7\text{ m} \cdot 1,5\text{ m}\right) = 661,5\text{ m}^3$$

**6** Ausgangsvolumen des Hauses:

$$V_H = 10,00\text{ m} \cdot 8,00\text{ m} \cdot 2,90\text{ m} + \frac{8,00\text{ m} \cdot 4,00\text{ m}}{2} \cdot 10,00\text{ m} = 392,00\text{ m}^3$$

Seitenflächen der Gauben:

$$A_G = \frac{1}{2} \cdot 5,65\text{ m} \cdot 1,84\text{ m} = 5,198\text{ m}^2$$

(oder  $A_G = \frac{1}{2} \cdot 2,60\text{ m} \cdot 4,00\text{ m} = 5,20\text{ m}^2$ )

Volumen einer Dachgaube:

$$V_G = A_G \cdot 2,00\text{ m} = 10,40\text{ m}^3$$

$$\frac{2V_G}{V_H} = 0,053$$

Der umbaute Raum nimmt um 5,3% zu.

## Seite 86

**8** Hausquader:  $729,675\text{ m}^3$ ; Dach:  $299,9775\text{ m}^3$ ; zusammen ca.  $1030\text{ m}^3$ ; 3% Mauerwerk:  $30,9\text{ m}^3$ ; umbauter Raum:  $999\text{ m}^3 \approx 1000\text{ m}^3$

**9** Volumen des äußeren Prismas:

$$V_a = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h \cdot h_p = \frac{1}{2} \cdot 3\text{ cm} \cdot 0,87 \cdot 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 11,745\text{ cm}^3$$

Volumen des inneren Prismas:

$$V_i = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot h' \cdot h_p = \frac{1}{2} \cdot \frac{3\text{ cm}}{2} \cdot 0,87 \cdot \frac{3\text{ cm}}{2} \cdot 3\text{ cm} = 2,93625\text{ cm}^3$$

Volumen des entstandenen Körpers:

$$V = V_a - V_i = 8,80875\text{ cm}^3$$

Oberflächeninhalt des äußeren Prismas (mit innerem Prisma):

$$\begin{aligned} A_{P_a} &= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h + 3 \cdot a \cdot h_p \\ &= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3\text{ cm} \cdot 0,87 \cdot 3\text{ cm} + 3 \cdot 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \\ &= 34,83\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Inhalt der Deck- bzw. Grundfläche des inneren Prismas:

$$A_G = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot h' = \frac{1}{2} \cdot \frac{3\text{ cm}}{2} \cdot 0,87 \cdot \frac{3\text{ cm}}{2} = 0,97875\text{ cm}^2$$

Inhalt einer Seitenfläche des inneren Prismas:

$$A_S = \frac{a}{2} \cdot h_p = \frac{3\text{ cm}}{2} \cdot 3\text{ cm} = 4,5\text{ cm}^2$$

Oberflächeninhalt des entstandenen Körpers:

$$A_{\text{Ges.}} = A_{P_a} - 2 \cdot A_G + 3 \cdot A_S = 46,3725\text{ cm}^2$$

**10 a)**  $A = (6 \cdot 2)\text{ cm}^2 = 12\text{ cm}^2$

$$m = 12\text{ cm}^2 \cdot 180\text{ cm} \cdot 2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 5823\text{ g} \approx 5,8\text{ kg}$$

**b)**  $A = (4 \cdot 4 - 2 \cdot 2)\text{ cm}^2 = 12\text{ cm}^2$

$$m = 12\text{ cm}^2 \cdot 180\text{ cm} \cdot 2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 5832\text{ g} \approx 5,8\text{ kg}$$

**c)**  $A = (6 \cdot 2 + 2 \cdot 2)\text{ cm}^2 = 16\text{ cm}^2$

$$m = 16\text{ cm}^2 \cdot 180\text{ cm} \cdot 2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 7776\text{ g} \approx 7,8\text{ kg}$$

**11 a)** Überschlag:

$$4\text{ m} \cdot 15\text{ m} \cdot 6\text{ m} + 1\text{ m} \cdot 10\text{ m} \cdot 6\text{ m} = 360\text{ m}^3 + 60\text{ m}^3 = 420\text{ m}^3$$

Für eine genaue Rechnung ist das Becken in zwei Quader und ein Prisma mit trapezförmiger Grundfläche zu zerlegen.

$$V_1 = 15\text{ m} \cdot 3,5\text{ m} \cdot 6,2\text{ m} = 325,5\text{ m}^3$$

$$V_2 = 8\text{ m} \cdot 0,8\text{ m} \cdot 6,2\text{ m} = 39,68\text{ m}^3$$

$$V_3 = \frac{1}{2}(3,5\text{ m} + 0,8\text{ m}) \cdot 2\text{ m} \cdot 6,2\text{ m} = 26,66\text{ m}^3$$

$$V = 391,84\text{ m}^3$$

**b)**  $V = 391,84\text{ m}^3 - (25\text{ m} \cdot 6,2\text{ m} \cdot 0,2\text{ m}) = 360,84\text{ m}^3$

## 4 Volumen und Oberflächeninhalt von Zylindern

### Seite 87

#### Impuls

Aus einem rechteckigen Papier, das die Seitenlängen  $a$  und  $b$  hat, lassen sich im Fall  $a \neq b$  zwei verschiedene Zylinder basteln (wobei genau genommen nur der Zylindermantel gebastelt wird).

Die beiden Zylinder haben die gleichen Mantelflächen, aber unterschiedliche Grundflächen und deshalb auch unterschiedliche Oberflächen.

$$\left(G_a = \frac{1}{4\pi} a^2, G_b = \frac{1}{4\pi} b^2, O_a = ab + \frac{1}{2\pi} a^2\right)$$

$$\text{und } O_b = ab + \frac{1}{2\pi} b^2$$

Auch das Volumen der beiden Zylinder unterscheidet sich für  $a \neq b$ , da die Zylinder unterschiedliche Radien haben.

$$\left(V_a = \frac{1}{4\pi} a^2 b \text{ und } V_b = \frac{1}{4\pi} a b^2\right)$$

### Seite 88

**1 a)**  $G = \pi \cdot (12\text{ cm})^2 = 144\pi\text{ cm}^2$

$$V = \pi \cdot (12\text{ cm})^2 \cdot 60\text{ cm} = 8640\pi\text{ cm}^3 \approx 27143,36\text{ cm}^3$$

$$M = 2\pi \cdot 12\text{ cm} \cdot 60\text{ cm} = 1440\pi\text{ cm}^2 \approx 4523,89\text{ cm}^2$$

$$O = 2 \cdot 144\pi\text{ cm}^2 + 1440\pi\text{ cm}^2 = 1728\pi\text{ cm}^2 \approx 5428,67\text{ cm}^2$$

**b)**  $G = \pi \cdot (8 \text{ cm})^2 = 64 \pi \text{ cm}^2$   
 $V = \pi \cdot (8 \text{ cm})^2 \cdot 26 \text{ cm} = 1664 \pi \text{ cm}^3 \approx 5227,61 \text{ cm}^3$   
 $M = 2 \pi \cdot 8 \text{ cm} \cdot 26 \text{ cm} = 416 \pi \text{ cm}^2 \approx 1306,90 \text{ cm}^2$   
 $O = 2 \cdot 64 \pi \text{ cm}^2 + 416 \pi \text{ cm}^2 = 544 \pi \text{ cm}^2 \approx 1709,03 \text{ cm}^2$

**c)**  $G = \pi \cdot (45 \text{ cm})^2 = 2025 \pi \text{ cm}^2$   
 $V = \pi \cdot (45 \text{ cm})^2 \cdot 120 \text{ cm} = 243\,000 \pi \text{ cm}^3$   
 $\approx 763\,407,01 \text{ cm}^3 \approx 763,41 \text{ dm}^3 \approx 0,76 \text{ m}^3$   
 $M = 2 \pi \cdot 45 \text{ cm} \cdot 120 \text{ cm} = 10\,800 \pi \text{ cm}^2 \approx 33\,929,20 \text{ cm}^2$   
 $\approx 3,39 \text{ m}^2$   
 $O = 2 \cdot 2025 \pi \text{ cm}^2 + 10\,800 \pi \text{ cm}^2 = 14\,850 \pi \text{ cm}^2$   
 $\approx 46\,652,65 \text{ cm}^2 \approx 4,67 \text{ m}^2$

**d)**  $G = \pi \cdot (240 \text{ dm})^2 = 57\,600 \pi \text{ dm}^2$   
 $V = \pi \cdot (240 \text{ dm})^2 \cdot 0,55 \text{ dm} = 31\,680 \pi \text{ dm}^3$   
 $\approx 99\,525,66 \text{ dm}^3 \approx 99,53 \text{ m}^3$   
 $M = 2 \pi \cdot 240 \text{ dm} \cdot 0,55 \text{ dm} = 264 \pi \text{ dm}^2 \approx 829,38 \text{ dm}^2$   
 $O = 2 \cdot 57\,600 \pi \text{ dm}^2 + 264 \pi \text{ dm}^2 = 115\,464 \pi \text{ dm}^2$   
 $\approx 362\,740,85 \text{ dm}^2 \approx 3627,41 \text{ m}^2$

**e)**  $G = \pi \cdot (2,4 \text{ mm})^2 = 5,76 \pi \text{ mm}^2$   
 $V = \pi \cdot (2,4 \text{ mm})^2 \cdot 27 \text{ mm} = 155,52 \pi \text{ mm}^3 \approx 488,58 \text{ mm}^3$   
 $M = 2 \pi \cdot 2,4 \text{ mm} \cdot 27 \text{ mm} = 129,6 \pi \text{ mm}^2 \approx 407,15 \text{ mm}^2$   
 $O = 2 \cdot 5,76 \pi \text{ mm}^2 + 129,6 \pi \text{ mm}^2 = 141,12 \pi \text{ mm}^2$   
 $\approx 443,34 \text{ mm}^2$

**f)**  $G = \pi \cdot (0,38 \text{ cm})^2 = 0,1444 \pi \text{ cm}^2$   
 $V = \pi \cdot (0,38 \text{ cm}) \cdot 1250 \text{ cm} = 180,5 \pi \text{ cm}^3 \approx 567,06 \text{ cm}^3$   
 $M = 2 \pi \cdot 0,38 \text{ cm} \cdot 1250 \text{ cm} = 950 \pi \text{ cm}^2 \approx 2984,51 \text{ cm}^2$   
 $O = 2 \cdot 0,1444 \pi \text{ cm}^2 + 950 \pi \text{ cm}^2 = 950,2888 \pi \text{ cm}^2$   
 $\approx 2985,42 \text{ cm}^2$

**2**  $r_1 = 4 \text{ m}$   
 $V_1 = \pi \cdot (4 \text{ m})^2 \cdot 35\,000 \text{ m} = 560\,000 \pi \text{ m}^3 \approx 1\,759\,291,89 \text{ m}^3$   
 $r_2 = 2,5 \text{ m}$   
 $V_2 = \pi \cdot (2,5 \text{ m})^3 \cdot 35\,000 \text{ m} = 218\,750 \pi \text{ m}^3 \approx 687\,223,393 \text{ m}^3$   
 $V_{\text{ges}} = 2 \cdot V_1 + V_2 = 1\,338\,750 \pi \text{ m}^3 \approx 4\,205\,807,17 \text{ m}^3$   
 Der Abraum beträgt ca.  $4\,205\,807,17 \text{ m}^3$ .  
 $4\,205\,807,17 : 12 \approx 350\,483,93$   
 Das sind also ca.  $350\,484$  Lkw-Ladungen.

**3**  $r = 10 \text{ cm}$   
 $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot (10 \text{ cm})^2 \cdot 18 \text{ cm} = 1800 \pi \text{ cm}^3$   
 $\approx 5\,654,87 \text{ cm}^3 \approx 5,6 \text{ dm}^3 = 5,6 \text{ l}$   
 Der Eimer kann also  $5 \text{ l}$  Farbe enthalten.

**4 a)**  $M = 2 \pi r \cdot h$   
 $h = \frac{M}{2 \pi r} = \frac{450 \text{ cm}^2}{2 \pi \cdot 6 \text{ cm}} = \frac{37,5}{\pi} \text{ cm} \approx 11,9 \text{ cm}$   
 $V = \pi \cdot (6 \text{ cm})^2 \cdot \frac{37,5}{\pi} \text{ cm} = 1350 \text{ cm}^3$   
 $O = 2 \pi \cdot (6 \text{ cm})^2 + 450 \text{ cm}^2 \approx 676,2 \text{ cm}^2$

**b)**  $V = \pi r^2 \cdot h$   
 $h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{2000 \text{ cm}^3}{\pi \cdot 57,76 \text{ cm}^2} \approx 11,0 \text{ cm}$   
 $M = 2 \pi r \cdot \frac{V}{\pi r^2} = 2 \cdot \frac{V}{r} = 2 \cdot \frac{2000 \text{ cm}^3}{7,6 \text{ cm}} \approx 526,3 \text{ cm}^2$   
 $O = 2 \cdot \pi \cdot (7,6 \text{ cm})^2 + 526,3 \text{ cm}^2 \approx 889,2 \text{ cm}^2$

**c)**  $O = 2 \pi r^2 + 2 \pi r h = 2 \pi r (r + h)$   
 $h = \frac{O}{2 \pi r} - r = \frac{375 \text{ cm}^2}{2 \pi \cdot 2,5 \text{ cm}} - 2,5 \text{ cm} \approx 21,4 \text{ cm}$   
 $V = \pi \cdot (2,5 \text{ cm})^2 \cdot 21,4 \text{ cm} \approx 420,2 \text{ cm}^3$   
 $M = 2 \pi \cdot 2,5 \text{ cm} \cdot 21,4 \text{ cm} \approx 336,2 \text{ cm}^2$

**5**  $r = 1,6 \text{ cm}$   
 $V = \pi \cdot (1,6 \text{ cm})^2 \cdot h = 5 \text{ cm}^3$   
 $h = \frac{5 \text{ cm}^3}{\pi \cdot 2,56 \text{ cm}^2} \approx 0,62 \text{ cm} \approx 6,2 \text{ mm}$   
 Die Teilstriche sind in Abständen von ca.  $6,2 \text{ mm}$  anzubringen.

**8 a)**  $V = \pi r^2 \cdot h; r = 5 \text{ cm}$   
 $h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{1000 \text{ cm}^3}{\pi \cdot (5 \text{ cm})^2} = \frac{40}{\pi} \text{ cm} \approx 12,7 \text{ cm}$   
 $G = \pi r^2 = \pi \cdot (5 \text{ cm})^2 = 25 \pi \text{ cm}^2$   
 $M = 2 \pi \cdot 5 \text{ cm} \cdot \frac{40}{\pi} \text{ cm} = 400 \text{ cm}^2$   
 $O = 2 \cdot 25 \pi \text{ cm}^2 + 400 \text{ cm}^2 \approx 557,08 \text{ cm}^2$

Materialbedarf:  $640,64 \text{ cm}^2$  Blech

**b)**  $V = \pi r^2 \cdot h; r = 4 \text{ cm}$   
 $h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{500 \text{ cm}^3}{\pi \cdot (4 \text{ cm})^2} = \frac{31,25}{\pi} \text{ cm} \approx 9,9 \text{ cm}$   
 $G = \pi r^2 = \pi \cdot (4 \text{ cm})^2 = 16 \pi \text{ cm}^2$   
 $M = 2 \pi \cdot 4 \text{ cm} \cdot \frac{31,25}{\pi} \text{ cm} = 250 \text{ cm}^2$   
 $O = 2 \cdot 16 \pi \text{ cm}^2 + 250 \text{ cm}^2 \approx 350,53 \text{ cm}^2$

Materialbedarf:  $403,11 \text{ cm}^2$  Blech

**c)**  $V = \pi r^2 \cdot h; r = 12,5 \text{ cm}$   
 $h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{2000 \text{ cm}^3}{\pi \cdot (12,5 \text{ cm})^2} = \frac{12,8}{\pi} \text{ cm} \approx 4,1 \text{ cm}$   
 $G = \pi r^2 = \pi \cdot (12,5 \text{ cm})^2 = 156,25 \pi \text{ cm}^2$   
 $M = 2 \pi \cdot 12,5 \text{ cm} \cdot \frac{12,8}{\pi} \text{ cm} = 320 \text{ cm}^2$   
 $O = 2 \cdot 156,25 \pi \text{ cm}^2 + 320 \text{ cm}^2 \approx 1301,75 \text{ cm}^2$   
 Materialbedarf:  $1497 \text{ cm}^2$  Blech

**9**  $V = \pi \cdot (0,6 \text{ m})^2 \cdot 1280\,000 \text{ m} = 460\,800 \pi \text{ m}^3$   
 $\approx 1\,447\,645,895 \text{ m}^3$   
 Es passen  $1447\,645\,895 \text{ l}$  Öl in die Pipeline.

## Seite 89

**10 a)**  $M = 2 \pi \cdot 60 \text{ cm} \cdot 260 \text{ cm} = 31\,200 \pi \text{ cm}^2$   
 $\approx 98\,017,69 \text{ cm}^2 \approx 9,8 \text{ m}^2$

Es können  $9,8 \text{ m}^2$  beklebt werden.

**b)**  $V_{\text{ges}} = \pi \cdot (60 \text{ cm})^2 \cdot 260 \text{ cm} = 936\,000 \pi \text{ cm}^3$   
 $V_{\text{innen}} = \pi \cdot (55 \text{ cm})^2 \cdot 260 \text{ cm} = 786\,500 \pi \text{ cm}^3$   
 $\frac{786\,500 \pi}{936\,000 \pi} \approx 0,84 = 84 \%$

Der innere Hohlraum beträgt etwa  $84 \%$ .

**11 a)**  $V_{\text{Seite}} = 2 \cdot \pi r^2 \cdot h$   
 $= 2 \cdot \pi \cdot (1,5 \text{ m})^2 \cdot 31,6 \text{ m} = 142,2 \pi \text{ m}^3$   
 $\approx 446,73 \text{ m}^3$

$V_{\text{Mitte}} = \pi \cdot (2,7 \text{ m})^2 \cdot (30,7 \text{ m} + 4,5 \text{ m}) = 256,6 \pi \text{ m}^3$   
 $\approx 806,16 \text{ m}^3$

Die beiden seitlichen Treibstoffbehälter enthalten zusammen nur ungefähr halb so viel Treibstoff wie die beiden mittleren Behälter.

**b)**  $142,2 \pi \text{ m}^3 \approx 446\,734 \text{ l}$

$446\,734 \text{ l} : 55 \approx 8122 \text{ l}$

Beim Start werden pro km ca.  $8000$  Liter Treibstoff verbraucht.

- 12 a)** (1)  $V = 102,87 \text{ cm}^3$ ;  $O = 203,98 \text{ cm}^2$   
 (2)  $V = 166,87 \text{ cm}^3$ ;  $O = 251,98 \text{ cm}^2$   
 (3)  $V = 75,40 \text{ cm}^3$ ;  $O = 169,65 \text{ cm}^2$   
 (4)  $V = 75,40 \text{ cm}^3$ ;  $O = 164,53 \text{ cm}^2$   
 (5)  $V = 102,87 \text{ cm}^3$ ;  $O = 242,38 \text{ cm}^2$

**b)** Quader 1:

$$V = a^2 \cdot 2a - \pi \left(\frac{a}{4}\right)^2 \cdot 2a = 2a^3 - \frac{\pi}{8}a^3 = \left(2 - \frac{\pi}{8}\right)a^3 \approx 1,6a^3$$

$$O = \left(a^2 - \pi \left(\frac{a}{4}\right)^2\right) \cdot 2 + 4a \cdot 2a + \pi \frac{a}{2} \cdot 2a \\ = \left(2 - \frac{\pi}{8}\right)a^2 + 8a^2 + \pi a^2 = \left(10 + \frac{7}{8}\pi\right)a^2 \approx 12,7a^2$$

Quader 2:

$$V = 1,5a \cdot a \cdot 2a - \frac{\pi}{8}a^3 = \left(3 - \frac{\pi}{8}\right)a^3 \approx 2,6a^3$$

$$O = \left(1,5a^2 - \pi \left(\frac{a}{4}\right)^2\right) \cdot 2 + 5a \cdot 2a + \pi \frac{a}{2} \cdot 2a \\ = \left(3 - \frac{\pi}{8}\right)a^2 + 10a^2 + \pi a^2 = \left(13 + \frac{7}{8}\pi\right)a^2 \approx 15,7a^2$$

Zylinder:

$$V = \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot 2a - \frac{\pi}{8}a^3 = \frac{3}{8}\pi a^3 \approx 1,2a^3$$

$$O = \left(\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \pi \left(\frac{a}{4}\right)^2\right) \cdot 2 + \pi \cdot a \cdot 2a + \pi \frac{a}{2} \cdot 2a = \frac{27}{8}\pi a^2 \\ \approx 10,6a^2$$

Viertelzylinder:

$$V = \frac{1}{4}\pi a^2 \cdot 2a - \frac{\pi}{8}a^3 = \frac{3}{8}\pi a^3 \approx 1,2a^3$$

$$O = \frac{1}{4}\pi \cdot 2a \cdot 2a + 2a \cdot 2a + \pi \frac{a}{2} \cdot 2a = (2\pi + 4)a^2 \approx 10,3a^2$$

Prisma mit dreieckiger Grundfläche:

$$V = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a \cdot 2a - \frac{\pi}{8}a^3 = \left(2 - \frac{\pi}{8}\right)a^3 \approx 1,6a^3$$

$$O = \left(\frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a - \pi \left(\frac{a}{4}\right)^2\right) \cdot 2 + (a + 2a + 2,2a) \cdot 2a + \pi \frac{a}{2} \cdot 2a \\ = \left(12,4 + \frac{7}{8}\pi\right)a^2 \approx 15,1a^2$$

**13 a)** Schätzung Größe des Mannes: 1,80 m

Schätzung Durchmesser des Tanks: 2,00 m

Schätzung Länge des Tanks: 10 m (ca. fünfmal so lang wie der Mann hoch)

$$\text{b) } V = \pi \cdot r^2 \cdot h \approx (1\text{ m})^2 \cdot 10\text{ m} \cdot \pi = 10\pi \text{ m}^3 \approx 31,416 \text{ m}^3 \\ = 31416 \text{ l}$$

$$\text{c) } O = 2\pi r \cdot (r + h) = 2\pi \cdot 11\text{ m}^2 = 22\pi \text{ m}^2 \approx 69,115 \text{ m}^2 \\ m = O \cdot 0,3 \text{ cm} \cdot 7,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \approx 691150 \text{ cm}^2 \cdot 0,3 \text{ cm} \cdot 7,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\ = 1638026,41 \text{ g} \\ \approx 1,6 \text{ t}$$

Der leere Tank wiegt ungefähr 1,6 t.

**14**  $500000 \text{ l} = 500 \text{ m}^3$

Wenn die Länge 8,80 m, die Breite 8,55 m und die Höhe 42 m ist, ergibt sich ein Fassungsvermögen von  $8,8 \cdot 8,55 \cdot 42 \text{ m}^3 = 3160,08 \text{ m}^3$ .

Folglich ist der Turm entweder nur bis zu einer Höhe von  $500 \text{ m}^3 : (8,8 \text{ m} \cdot 8,55 \text{ m}) \approx 6,65 \text{ m}$  gefüllt oder mindestens ein Wert stimmt nicht.

## Vertiefen und Vernetzen

### Seite 90

$$\text{1 } \frac{40\text{ m} + 12\text{ m}}{2} \cdot 15,2\text{ m} \cdot 250\text{ m} = 98800 \text{ m}^3$$

Es werden  $98800 \text{ m}^3$  Erde bewegt.

$$\text{2 } 100\text{ m} \cdot \left(\frac{22\text{ m} + 35\text{ m}}{2} \cdot 4,2\text{ m} + \frac{35\text{ m} + 60\text{ m}}{2} \cdot 4\text{ m}\right) = 30970 \text{ m}^3$$

Im Kanal befinden sich auf 100 m Länge  $30970 \text{ m}^3$  Wasser.

$$\text{3 a) } V = \frac{1}{2} \cdot 3\text{ cm} \cdot 2,6\text{ cm} \cdot 17\text{ cm} = 66,3 \text{ cm}^3$$

Schokolade:  $66,3 \text{ cm}^2 \cdot 0,75 = 49,725 \text{ cm}^3 \approx 50 \text{ cm}^3$

Es können  $50 \text{ cm}^3$  Schokolade verpackt werden.

$$\text{b) } O = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 3\text{ cm} \cdot 2,6\text{ cm}\right) + 9\text{ cm} \cdot 17\text{ cm} = 160,8 \text{ cm}^2$$

Karton:  $160,8 \text{ cm}^2 \cdot 1,1 = 176,88 \text{ cm}^2$

Dazu werden  $176,88 \text{ cm}^2$  Karton benötigt.

$$\text{c) } G = \frac{1}{2} \cdot (3\text{ cm} + 2\text{ cm}) \cdot 2,6\text{ cm} = 6,5 \text{ cm}^2$$

$$V = 6,5 \text{ cm}^2 \cdot x = 66,3 \text{ cm}^3$$

$$x = 10,2 \text{ cm}$$

Die Höhe des Kartons beträgt 10,2 cm.

$$\text{4 a) } V = \frac{1}{2} \cdot (7,5\text{ m} + 6\text{ m}) \cdot 8\text{ m} \cdot 3460000\text{ m} \\ = 186840000 \text{ m}^3$$

Die Mauer hat ein Volumen von  $186840000 \text{ m}^3$ .

$$\text{b) } 21600000 \text{ m}^2 \cdot h = 186840000 \text{ m}^3$$

$$h \approx 8,65 \text{ m}$$

Der Frankfurter Flughafen wäre 8,65 m hoch mit Staub bedeckt.

$$\text{5 a) } \frac{27000000\text{ €}}{254 \cdot 12\text{ m} \cdot 6\text{ m} \cdot 3\text{ m}} \approx 492,13 \frac{\text{€}}{\text{m}^3}$$

$1 \text{ m}^2$  „umbauter Raum“ kostete damals 492,13 €.

$$\text{b) } \frac{254 \cdot 12\text{ m} \cdot 6\text{ m}}{158} \approx 115,747 \text{ m}^2$$

Die Wohnfläche einer Wohnung beträgt im Durchschnitt etwa  $115,7 \text{ m}^2$ .

$$\text{6 a) } V_{\text{alt}} = a^2 \cdot h$$

$$V_{\text{neu}} = (2a)^2 \cdot h = 4a^2 \cdot h$$

Das Volumen vervierfacht sich.

$$\text{b) } V_{\text{alt}} = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot h$$

$$V_{\text{neu}} = \pi d^2 \cdot h$$

Das Volumen vervierfacht sich.

### Seite 91

**7 a)** Wasservolumen in der linken Tonne:

$$V_{\text{W}} = 0,75 \cdot \pi r^2 \cdot h$$

$$= 0,75 \cdot \pi \cdot (20\text{ cm})^2 \cdot 40\text{ cm} = 12000\pi \text{ cm}^3 \\ \approx 37699 \text{ cm}^3 \approx 37,7 \text{ l}$$

$$V_1 = \pi \cdot (15\text{ cm})^2 \cdot 40\text{ cm} = 9000\pi \text{ cm}^3$$

$$\approx 28274 \text{ cm}^3 \approx 28,3 \text{ l}$$

$$V_2 = \pi \cdot (20\text{ cm})^2 \cdot 30\text{ cm} = 12000\pi \text{ cm}^3 = V_{\text{W}}$$

Die Wassermenge entspricht dem Volumen der rechten Tonne.